

УДК 614.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУСТОРОННЕЙ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ЗАДАНИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

А.А. Антошкин

(представил д.т.н. В.М. Комяк)

Рассматривается порядок нахождения верхней и нижней оценок результатов решения задачи размещения пожарных извещателей с учетом погрешности задания исходных данных и особенностей развития пожара.

Радиусы, контролируемые точечными пожарными извещателями (ПИ), представляются с некоторой погрешностью в виде интервала $R_{\text{контр}} \in [R_i, \bar{R}_i]$, где R_i и \bar{R}_i – соответственно нижняя и верхняя оценки интервала изменения исходного радиуса [1].

Пусть погрешность задания $R_{\text{контр}}$ равна v_R . Представим задачу размещения ПИ в следующем виде [2,3]: необходимо заданную ограниченную область T_0 произвольной формы полностью покрыть кругами T_1, T_2, \dots, T_m радиуса $R_{\text{контр}} = \langle R_i, v_R \rangle \in [R_i, \bar{R}_i], i = \overline{1, m}$, вычисляемого с учетом погрешности исходных данных v_R таким образом, чтобы количество кругов было минимальным и выполнялся ряд специальных ограничений.

Пусть T_0 - математическая модель защищаемого помещения, а T_1 - математические модели областей, контролируемых ПИ.

Основное ограничение в задачах покрытия состоит в том, что каждая точка, принадлежащая области покрытия T_0 , должна принадлежать хотя бы одному из покрывающих объектов T_1, T_2, \dots, T_m . Такое ограничение называется условием покрытия.

Осуществим формализацию условия покрытия согласно [2,3]. Пусть \underline{G}_1 и \bar{G}_1 - некоторые элементы пространства геометрической информации, задающие соответственно нижнюю и верхнюю оценку исходной информации, а \underline{U} и \bar{U} - компоненты геометрической информации, которые представляют собой векторы параметров размещения для нижней и верхней оценок. Процесс проектирования реализует отображения $P(\underline{U}, \underline{G}_1) = \underline{G}_2$ и $P(\bar{U}, \bar{G}_1) = \bar{G}_2$ в соответствии с некоторыми функциями $\theta(\underline{U}, \underline{G}_1)$ и $\bar{\theta}(\bar{U}, \bar{G}_1)$, где \underline{G}_2 и \bar{G}_2 - геометрическая информация,

получаемая в процессе оптимизации функционалов $\underline{\theta}(\underline{U}, \underline{G}_1)$ и $\bar{\theta}(\bar{U}, \bar{G}_1)$.

Следовательно, необходимо найти:

$$\underline{G}_2 = P(\underline{U}^*, \underline{G}_1); \quad \bar{G}_2 = P(\bar{U}^*, \bar{G}_1), \quad (1)$$

где $\underline{U}^*(\underline{G}_1) = \arg \min_{\underline{U}} \underline{\theta}(\underline{U}, \underline{G}_1)$, $\bar{U}^*(\bar{G}_1) = \arg \min_{\bar{U}} \bar{\theta}(\bar{U}, \bar{G}_1)$.

Операторы $P(\underline{U}^*, \underline{G}_1)$ и $P(\bar{U}^*, \bar{G}_1)$ представим в виде конечных суперпозиций $P = P_1 \circ P_2 \circ \dots \circ P_m$, где P_i - элементы базисной системы отображения, включающей теоретико - множественные операции, операции Минковского, топологические операции, аффинные преобразования; \circ - символ композиции отображения.

Необходимо полностью покрыть кругами область T_0 , т.е. найти $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$, где $\underline{\theta}$ и $\bar{\theta}$ - соответственно нижняя и верхняя оценки интервала целевой функции и соответствующие им векторы параметров размещения покрывающих объектов $[\underline{X}_i, \underline{Y}_i]$ и $[\bar{X}_i, \bar{Y}_i], i = \overline{1, m}$.

Задача поиска покрытия множества T_0 множествами T_1, T_2, \dots, T_m состоит в задании отображения P информации \underline{G}_1 и \bar{G}_1 - вида

$$\begin{aligned} \underline{G}_2 &= P(\underline{U}, \underline{G}_1) = (S_0 \cap [S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_m], a_1, b_1, \dots, a_n, b_n, \underline{R}_{\text{контр}}, x_0, y_0, \underline{x}_i, \underline{y}_i); \\ \bar{G}_2 &= P(\bar{U}, \bar{G}_1) = (S_0 \cap [\bar{S}_1 \cup \bar{S}_2 \cup \dots \cup \bar{S}_m], a_1, b_1, \dots, a_n, b_n, \bar{R}_{\text{контр}}, x_0, y_0, \bar{x}_i, \bar{y}_i), \end{aligned} \quad (2)$$

при которых

$$T_0 \cap \left[\bigcup_{i=1}^m T_i \right] = T_0. \quad (3)$$

Пусть объекты T_1, T_2, \dots, T_m индуцируются элементами $G_i = (S_i, M_i, p_i)$, $i = \overline{1, m}$, где форма защищаемого помещения и областей, контролируемых пожарными извещателями S_0 и S_i , $i = \overline{1, m}$, размеры помещения M_0 и его параметры размещения p_0 - фиксированы; метрические характеристики областей, контролируемых пожарными извещателями M_i , вычисляются в начале решения задачи и далее имеют фиксированные значения, а их параметры размещения p_i являются переменными. Будем полагать, что область покрытия в пределах одной задачи имеет фиксированную форму, размеры и параметры размещения, а покрываемые объекты имеют фиксированную форму, метрические характеристики, задаваемые с известной погрешностью v_R , но переменные параметры размещения.

Зафиксируем положение области покрытия T_0 , приняв $p_0 = (0, 0)$. Объект T_i с параметрами размещения p_i обозначим через $T_i(p_i)$, $i = \overline{1, m}$.

Множество значений параметров размещения p_1, p_2, \dots, p_m , при которых имеет место условие покрытия области T_0 совокупностью объектов $T_i(p_i)$, $i=\overline{1,m}$, называется областью допустимых решений задачи покрытия D . Процесс формализации условия покрытия в рассматриваемой задаче аналогичен идеализированной. На множестве допустимых решений задается некоторая функция – критерий качества покрытия, экстремум которой требуется найти, т.е. определить:

$$\begin{aligned} & \left(\underset{(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_m, y_m) \in D}{\text{extr}} \theta(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_m, y_m, R_{\text{контр}}); \right. \\ & \left. \left(\underset{(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \dots, \bar{x}_m, \bar{y}_m) \in D}{\text{extr}} \bar{\theta}(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \dots, \bar{x}_m, \bar{y}_m, \bar{R}_{\text{контр}}), \right) \end{aligned} \quad (4)$$

где $\theta(\cdot)$ - заданный критерий качества покрытия, а D - область допустимых решений, формируемая с учетом дополнительных ограничений [4].

Тогда критерий качества покрытия будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \underline{U}^*(\tilde{G}_1) &= \underset{D \in R^{2m+1}}{\text{argmin}}(\theta); \\ \bar{U}^*(\tilde{G}_1) &= \underset{D \in R^{2m+1}}{\text{argmin}}(\bar{\theta}), \end{aligned} \quad (5)$$

при условии (3), где $\underline{U}^*(\tilde{G}_1) = (\underline{x}_i, \underline{y}_i)$, $\bar{U}^*(\tilde{G}_1) = (\bar{x}_i, \bar{y}_i)$, $i=\overline{1,m}$ – соответственно нижняя и верхняя оценки интервалов изменения параметров размещения покрываемых объектов.

Таким образом, получено аналитическое описание математической модели задачи, исходные данные в которой заданы с учетом вычисляемой погрешности в виде интервала, функция цели имеет нелинейный вид, а область допустимых решений описывается структурой нелинейных неравенств [4]. Полученная модель позволяет оценить влияние погрешности задания исходных данных на результат решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антошкин А.А. Определение интервальной площади, контролируемой пожарным извещателем // Проблемы пожарной безопасности. – Харьков: ХИПБ. – 2000. – Вып.7. – С. 21 - 24.
2. Стоян Ю.Г. Основная задача геометрического проектирования. – Харьков : ИПМаш, 1983. – 36 с.
3. Винарский В.Я., Комяк В.М. Регуляризация интервальных преобразований в геометрическом проектировании. – Харьков : ИПМаш, 1988. – 14с.

4. Комяк В.М., Антошкин А.А. К вопросу о построении математической модели задачи оптимизации размещения пожарных извещателей // Пожежна безпека-99. – Черкасси : ЧИПБ. – 1999. – С.140 - 142.
